Prüfungshefte

MATHEMATIK

2026

# ABITUR LK

Berlin & Brandenburg

Lernheft inklusive

- Original-Prüfungen
- ausführliche Musterlösungen
- Hinweise & Tipps zur Abiturprüfung

Prüfungshefte

# INFO ZUR LESEPROBE

Diese Vorschau gibt Ihnen einen Einblick in unser Vorbereitungsheft:

## Abitur Mathematik LK 2026 Berlin / Brandenburg

## Zum Online-Shop:

www.pruefungshefte.de



Prüfungshefte Verlag
L&K development GmbH

# INHALT

# VORWORT

Liebe Schülerinnen und liebe Schüler,

in diesem Prüfungsheft stehen die letzten drei Original-Abiturprüfungen des Mathematik Leistungskurses in Berlin und Brandenburg als Prüfungssimulationen zur Verfügung. Die Prüfungen von 2021 und 2022 ist zudem online verfügbar.

In den Jahren 2021 bis 2023 wurden aufgrund der Corona-Pandemie Sonderregeln eingeführt. Diese beinhalteten eine verlängerte Bearbeitungszeit sowie den Wegfall (bzw. Abwahl durch die Lehrkraft) eines Themengebiets, nämlich der analytischen Geometrie oder der Stochastik. Weitere Informationen findest du im Kapitel „Hinweise zur Prüfung“.

Im Kapitel „Motivation“ haben wir dir noch einige Lerntipps zusammengestellt. Und vergiss nicht, befolge bei der Prüfungsvorbereitung immer die drei großen Buchstaben des Erfolgs:

**TUN**

Wir wünschen euch viel Erfolg bei euren Prüfungen!

*Fehler gefunden? Auch wir können mal einen Fehler machen. Melde diese gerne unter: fehler@pruefungshefte.de*

Dieses Lernheft wird bereitgestellt durch:

**abitur-berlin.de / Prüfungshefte Verlag**

MATHE

# 2023 2024 2025

## ORIGINAL-PRÜFUNGEN

## Zentrale schriftliche Abiturprüfung

# Prüfungssimulation 2023

### Original-Prüfung 2023

---

**Hilfsmittel:** Nachschlagewerk zur Rechtschreibung der deutschen Sprache

**Hilfsmittel nicht für Aufgabenstellung 1:** Formelsammlung, die an der Schule eingeführt ist; Taschenrechner, die nicht programmierbar und nicht grafikfähig sind und nicht über Möglichkeiten der numerischen Differenziation oder Integration oder des automatisierten Lösens von Gleichungen verfügen

**CAS-Prüfungen:** zugelassenes CAS, das an der Schule eingeführt ist. Bearbeite die zusätzlichen CAS bzw. Stern-Aufgaben (*).

**Bearbeitungszeit** 300 Minuten inkl. Lese- und Auswahlzeit

*In der Original-Prüfung wurde die Bearbeitungszeit um zusätzliche 30 Minuten (aufgrund der Corona-Pandemie) verlängert.*

---

### Aufgabenstellung 1

**Thema/Inhalt:** hilfsmittelfreier Teil

**Hinweis:** Hier gibt es keine Wahlmöglichkeiten. Die Aufgabenstellung und die Lösungen zum hilfsmittelfreien Teil werden nach 70 Minuten abgegeben.
Mit der Bearbeitung der weiteren Aufgabenstellungen kann bereits zuvor begonnen werden.
In jedem Fall können die zugelassenen Hilfsmittel erst nach Ablauf der 70 Minuten verwendet werden.

*Corona-Regelung: In der Original-Prüfung konnte die Lehrkraft Stochastik oder Geometrie abwählen. Die Bearbeitungszeit wurde um 15 Minuten verlängert und betrug 85 Minuten.*

### Aufgabenstellung 2

**Thema/Inhalt:** Analysis

**Hinweis:** Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 2.1 oder 2.2 zur Bearbeitung aus.

### Aufgabenstellung 3

**Thema/Inhalt:** Analytische Geometrie **oder** Stochastik

**Hinweis:** Bearbeiten Sie eine der beiden Aufgaben.

*In der Original-Prüfung konnte die Lehrkraft einen der Aufgabenvorschläge abwählen.*

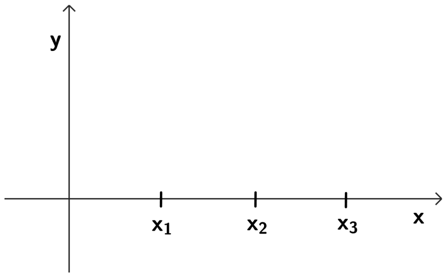
# 1 Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil

## 1.1 Analysis 1

Eine in $\mathbb{R}$ definierte ganzrationale, nicht lineare Funktion $f$ mit erster Ableitungsfunktion $f'$ und zweiter Ableitungsfunktion $f''$ hat folgende Eigenschaften:

- $f$ hat bei $x_1$ eine Nullstelle.
- Es gilt $f'(x_2) = 0$ und $f''(x_2) \neq 0$.
- $f'$ hat ein Minimum an der Stelle $x_3$.

Die Abbildung zeigt die Positionen von $x_1$, $x_2$ und $x_3$.




a) Begründen Sie, dass der Grad von $f$ mindestens $3$ ist. (2 BE)

b) Skizzieren Sie in der Abbildung einen möglichen Graphen von $f$. (3 BE)

## 1.2 Analysis 2

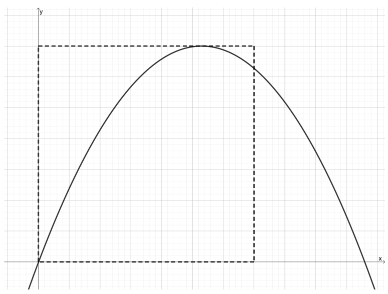
Gegeben ist eine Funktion $f$ mit $f(x) = \ln(-4x^2 + 4)$.

a) Ermitteln Sie den maximalen Definitionsbereich von $f$. (2 BE)

b) Begründen Sie, dass ein Extremum der Funktion bei $x_E = 0$ liegt. (3 BE)

## 1.3 Analysis 3

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f$ mit $f(x) = -x^2 + 2ax; 1 < a$.
Die Nullstellen von $f$ sind $0$ und $2a$.



a) Zeigen Sie, dass das Flächenstück, das der Graph von $f$ mit der $x$-Achse einschließt, den Inhalt $\frac{4}{3}a^3$ hat. (2 BE)

b) Der Hochpunkt des Graphen von $f$ liegt auf einer Seite eines Quadrats; zwei Seiten dieses Quadrats liegen auf den Koordinatenachsen (vgl. Abbildung). Der Flächeninhalt des Quadrats stimmt mit dem Inhalt des Flächenstücks, das der Graph von $f$ mit der $x$-Achse einschließt, überein. Bestimmen Sie den Wert von $a$. (3 BE)

## 1.4 Analysis 4

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f$, deren Ableitungsfunktion $f'$ die Gleichung $f'(x) = 3x \cdot (4 - x)$ hat.

a) Es gibt zwei Stellen, an denen die Tangente an den Graphen von $f$ waagerecht verläuft. Geben Sie diese beiden Stellen an. (2 BE)

b) Die Gerade $t$ mit $t(x) = 9x + 1$ ist eine Tangente an den Graphen von $f$. Ermitteln Sie eine mögliche Funktionsgleichung der Funktion $f$. (3 BE)

## 1.5 Alternative 1: Geometrie

### Geometrie 1

Gegeben sind die Gerade $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$

a) Zeigen Sie, dass $g$ in der Ebene mit der Gleichung $x + y + z = 2$ liegt. (2 BE)

b) Gegeben ist außerdem die Schar der Geraden $h_a : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $\mu \in \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R}$. Weisen Sie nach, dass $g$ und $h_a$ für jeden Wert von $a$ windschief sind. (3 BE)

### Geometrie 2

Gegeben sind die Geraden $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $r, s \in \mathbb{R}$.

a) Begründen Sie, dass $g$ und $h$ nicht identisch sind. (1 BE)

b) Die Gerade $g$ soll durch Spiegelung an einer Ebene auf die Gerade $h$ abgebildet werden. Bestimmen Sie eine Gleichung einer geeigneten Ebene und erläutern Sie Ihr Vorgehen. (4 BE)

## 1.6 Alternative 2: Stochastik

### Stochastik 1

In einem Behälter befinden sich fünf Kugeln, auf denen jeweils eine Zahl steht. Auf drei der Kugeln steht die Zahl $2$, auf zwei der Kugeln die negative Zahl $a$. Zweimal nacheinander wird eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt.

a) Geben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem Term $2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5}$ berechnet werden kann. (1 BE)

b) Die Zufallsgröße $X$ gibt das Produkt der Zahlen an, die auf den beiden entnommenen Kugeln stehen. Der Erwartungswert von $X$ ist $4$. Bestimmen Sie den Wert von $a$. (4 BE)

MATHE

2023
2024
2025
MUSTER-
LÖSUNGEN

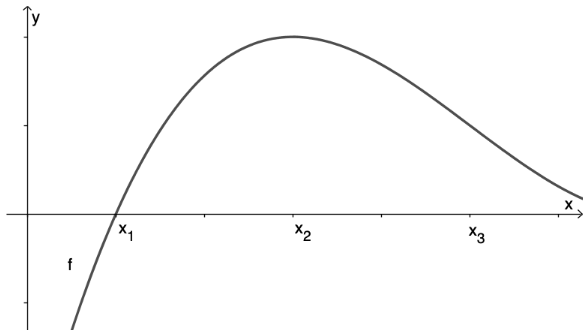
# ABITUR 2023
MUSTERLÖSUNG

## 1 Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil

### 1.1 Analysis 1

a) Die Ableitung $f'$ hat ein Minimum an der Stelle $x_3$ und muss folglich mindestens den Grad $2$ haben. Damit hat die Funktion $f$ einen Grad von mindestens $3$.

b) Graph von $f$ hat eine Nullstelle bei $x_1$, ein Extremum bei $x_2$ und einen Wendepunkt bei $x_3$:




### 1.2 Analysis 2

a) Der natürliche Logarithmus ist nur für echt positive Werte definiert. Wir suchen die Nullstellen des inneren Terms.

$$\begin{aligned} & -4x^2 + 4 = 0 && \mid +4x^2 \\ \Rightarrow\quad & 4x^2 = 4 && \mid :4 \\ \Rightarrow\quad & x^2 = 1 && \mid \sqrt{\phantom{x}} \\ \Rightarrow\quad & x_1 = 1 \quad \text{und} \quad x_2 = -1 && \end{aligned}$$

Damit ergeben sich die drei Intervalle $x \le -1$, $-1 < x < 1$ und $x \ge 1$, wobei wir nur Intervalle mit echt positiven Werten zulassen. Nur für $-1 < x < 1$ gilt $-4x^2 + 4x > 0$, damit lautet der Definitionsbereich:

$$D = \{x \mid x \in \mathbb{R}; -1 < x < 1\}$$

b) Die $\ln$-Funktion ist streng monoton steigend und hat damit ihr Maximum an der gleichen Stelle wie die innere Funktion $g(x) = -4x^2 + 4$. Die Ableitungen von $g$ lauten:

$$\begin{aligned} & g'(x) = -8x \\ \Rightarrow\quad & g''(x) = -8 \end{aligned}$$

Die Extremstelle von g' liegt bei $x_E = 0$, da $g'(0) = 0$ und $g''(0) \neq 0$. Damit hat auch die Funktion $f$ eine Extremstelle bei $x_E = 0$.

## 1.3 Analysis 3

a) Bestimmtes Integral:

$$\begin{aligned}\int_0^{2a} f(x)\,\mathrm{d}x &= \int_0^{2a} -x^2 + 2ax\,\mathrm{d}x \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + ax^2\right]_0^{2a} \\ &= -\frac{1}{3}\cdot(2a)^3 + a\cdot(2a)^2 - 0 \\ &= -\frac{1}{3}\cdot 8a^3 + 4a^3 \\ &= -\frac{8}{3}a^3 + \frac{12}{3}a^3 \\ &= \frac{4}{3}a^3\end{aligned}$$

b) Hochpunkt von $f$ bestimmen. Notwendiges Kriterium:

$$\begin{aligned} & f'(x) = 0 & \\ \Rightarrow\quad & -2x + 2a = 0 & \quad |+2x|:2 \\ \Rightarrow\quad & x = a & \end{aligned}$$

Da wir aus der Aufgabe wissen, dass ein Hochpunkt existiert, verzichten wir auf die hinreichende Bedingung. Die $z$-Koordinate des Hochpunkts lautet:

$$f(a) = -a^2 + 2a\cdot a = a^2$$

Der Hochpunkt liegt also bei $H(a|a^2)$.

Die Seitenlänge des Quadrats entspricht der y-Koordinate des Hochpunkts. Damit hat das Quadrat den Flächeninhalt $A_{\text{Quadrat}} = a^2 \cdot a^2 = a^4$

Gleichsetzen mit dem berechneten Flächeninhalt aus Teilaufgabe a:

$$\begin{aligned} & \int_0^{2a} f(x)\,\mathrm{d}x = A_{\text{Quadrat}} & \\ \Rightarrow\quad & \frac{4}{3}a^3 = a^4 & \quad \left| -\frac{4}{3}a^3 \right. \\ \Rightarrow\quad & a^4 - \frac{4}{3}a^3 = 0 & \\ \Rightarrow\quad & a^3\cdot\left(a - \frac{4}{3}\right) = 0 & \end{aligned}$$

Da $a > 1$ gilt nach dem Satz vom Nullprodukt als einzige Lösung:

$$a - \frac{4}{3} = 0 \Rightarrow a = \frac{4}{3}$$

## 1.4 Analysis 4

a) Waagerechte Tangente bedeutet eine Steigung von null, d. h. Nullstelle der Ableitung berechnen:

$$f'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad 3x \cdot (4 - x) = 0$$

Nach dem Satz vom Nullprodukt folgt daraus $x_1 = 0$ und $x_2 = 4$.

b) Stammfunktionen von $f'$ bestimmen:

$$\int f'(x)\,\mathrm{d}x = \int 12x - 3x^2\,\mathrm{d}x = 6x^2 - x^3 + C$$

Um $C$ zu bestimmen, benötigen wir einen Punkt auf dem Graphen von $f$. Die Tangente liegt an dem Punkt von $f$, der die Steigung $f'(x) = 9$ hat. Wir suchen also diese Stelle $x$:

$$\begin{aligned}
& & f'(x) &= 9 & \\
&\Rightarrow & 3x \cdot (4 - x) &= 9 & \\
&\Rightarrow & 12x - 3x^2 &= 9 & &|-9 \\
&\Rightarrow & -3x^2 + 12x - 9 &= 0 & &|:(-3) \\
&\Rightarrow & x^2 - 4x + 3 &= 0 & &|pq\text{-Formel} \\
&\Rightarrow & x_{1,2} &= 2 \pm \sqrt{2^2 - 3} & \\
& & &= 2 \pm \sqrt{1} & \\
&\Rightarrow & x_1 = 1 \quad &\text{und} \quad x_2 = 3 &
\end{aligned}$$

Wenn die Tangente an der Stelle $x_1 = 1$ liegt, muss die $y$-Koordinate von $t$ und $f$ an der Stelle gleich sein:

$$\begin{aligned}
& & f(1) &= t(1) & \\
&\Rightarrow & 6 \cdot 1^2 - 1^3 + C &= 9 \cdot 1 + 1 & \\
&\Rightarrow & 5 + C &= 10 & &|-5 \\
&\Rightarrow & C &= 5 &
\end{aligned}$$

Damit wäre eine mögliche Funktionsgleichung $f(x) = 6x^2 - x^3 + 5$.

## 1.5 Alternative 1: Analytische Geometrie

### Analytische Geometrie 1

a) Wir setzen die Koordinaten der Geraden in die Ebenengleichung ein:

$$\begin{aligned}
& & x + y + z &= 2 \\
&\Rightarrow & \lambda + 1 + (1 - \lambda) &= 2 \\
&\Rightarrow & 2 &= 2
\end{aligned}$$

Die Gerade liegt in der Ebene.