

# 2025 ABITUR GK

Berlin & Brandenburg

## Lernheft inklusive

- Original-Prüfungen
- ausführliche Musterlösungen
- ► Hinweise & Tipps zur Abiturprüfung



## **INFO ZUR LESEPROBE**

Diese Vorschau gibt Ihnen einen Einblick in unser Vorbereitungsheft:

Abitur Mathematik GK 2025
Berlin / Brandenburg

## **Zum Online-Shop:**

www.pruefungshefte.de

#### **Wichtige Infos zum Urheberrecht**

Diese Leseprobe sowie das Originalwerk sind urheberrechtlich geschützt. Jegliche Vervielfältigung, Verbreitung, oder öffentliche Wiedergabe, sei es in digitaler oder physischer Form, ohne unsere ausdrückliche Genehmigung, ist untersagt und strafbar. Das Vorbereitungsheft, inklusive dieser Leseprobe, darf ausschließlich für den persönlichen Gebrauch verwendet werden.



KAPITEL 1   VORWORT	2
KAPITEL 2   CHECKLISTE	3
KAPITEL 3   MOTIVATION	6
KAPITEL 4   PRÜFUNGSSIMULATIONEN	7
Abitur 2021 (Musterklausur)	7
Abitur 2022 (Musterklausur)	17
Abitur 2023 (Original-Prüfung)	27
Abitur 2024 (Original-Prüfung)	39
KAPITEL 5   MUSTERLÖSUNGEN	52
Abitur 2021 (Musterlösung)	52
Abitur 2022 (Musterlösung)	76
Abitur 2023 (Musterlösung)	98
Abitur 2024 (Musterlösung)	121
KAPITEL 6   WEITERE JAHRE (2019-2020)	39



Liebe Schülerinnen und liebe Schüler.

in diesem Prüfungsheft stehen insgesamt sechs Prüfungssimulationen zur Verfügung. Darunter befinden sich die Original-Prüfungen aus den Jahren 2023 und 2024 sowie vier Musterprüfungen, die an den Mathematik Grundkurs Abiturprüfungen der Vorjahre angelehnt sind.

In den Jahren 2021 bis 2023 wurden aufgrund der Corona-Pandemie Sonderregeln eingeführt. Diese beinhalteten eine verlängerte Bearbeitungszeit sowie den Wegfall (bzw. Abwahl durch die Lehrkraft) eines Themengebiets, nämlich der analytischen Geometrie oder der Stochastik. Um eine authentische Simulation unter Prüfungsbedingungen durchzuführen, inklusive der vorgesehenen Bearbeitungszeit, sind daher die Prüfungen aus den Jahren 2019 und 2020 sowie aus 2024 am besten geeignet.

Zur Vorbereitung sind die drei anderen Prüfungen ebenfalls sehr sinnvoll. Wir empfehlen jedoch, alle drei Aufgabenbereiche (Analytische Geometrie und Stochastik) zu bearbeiten, auch wenn die Bearbeitungszeit in diesem Fall anders ist.

Im Kapitel 'Motivation' haben wir dir noch einige Lerntipps zusammengestellt.

Und vergiss nicht, befolge bei der Prüfungsvorbereitung immer die drei großen Buchstaben des Erfolgs:

#### TUN

Wir wünschen euch viel Erfolg bei euren Prüfungen!

Fehler gefunden? Auch wir können mal einen Fehler machen. Melde diese gerne unter: fehler@pruefungshefte.de

Dieses Lernheft wird bereitgestellt durch:

**abitur-berlin.de / Prüfungshefte Verlag** © 2024, L&K development GmbH, Berlin

## CHECKLISTE

Mit unseren Lernpaketen versuchen wir dir eine möglichst präzise Prüfungsvorbereitung zu ermöglichen, aber das Lernen können wir dir leider trotzdem nicht abnehmen.

#### **Unsere Empfehlung**

Auch wenn es super viele Bücher, Zusammenfassungen und Materialien gibt, erstelle dir unbedingt **eine eigene Zusammenfassung** zu allen Prüfungsthemen. Du lernst viel besser, wenn du es (handschriftlich) aufschreibst und dir dabei selbst erklärst.

$\odot$	<u>(:)</u>	Grundlagen und Rechengesetze
		Bruchrechnung und Bruchgleichungen
		· Potenz- und Wurzelrechnung
		$\cdot$ Exponential- und Logarithmusrechnung ( $\ln$ und $e$ )
		· Lineare Gleichungen und Gleichungssysteme
		→ Gauß-Verfahren
		· Quadratische Gleichungen
		$\rightarrow pq$ -Formel
		→ Ausklammern
		· Gleichungen höheren Grades
		→ Substitution, Polynomdivision, Linearfaktorzerlegung
		Differenzialrechnung
		· Funktionen, Eigenschaften und Modellierung
		(Verschieben/Strecken)
		→ e-Funktionen
		→ ganzrationale Funktionen
		→ Potenzfunktionen
		→ Sinus- und Kosinusfunktionen
		· Eigenschaften von Funktionen
		→ Definitionsbereich und Wertebereich
		→ Symmetrie
		→ Schnittpunkte (mit Koordinatenachsen oder Graphen)
		→ Extremstellen & Monotonie
		→ Wende-/Sattelpunkte & Krümmung

$\odot$	<u>(:)</u>	$\odot$	
0			<ul> <li>Grenzwerte (Limes)</li> <li>Ableitungsregeln</li> <li>Anwendung der Ableitung</li> <li>→ Graphisches Ableiten</li> <li>→ Sekanten und Tangenten (Gleichung, Steigung)</li> <li>→ Extremalprobleme (Extremwertaufgaben)</li> <li>→ Rekonstruktion</li> </ul>
			<ul><li>Änderungsraten (mittlere und lokale)</li><li>Schnittwinkel</li></ul>
			Integralrechnung
			<ul> <li>Bestimmtes Integral</li> <li>Unbestimmtes Integral, Stammfunktionen</li> <li>Zusammenhang Ableitung und Integrale</li> <li>Integrationsregeln, lineare Substitution</li> <li>Flächenberechnungen</li> <li>Wachstumsaufgaben</li> </ul>
			Analytische Geometrie
			<ul> <li>Vektoren</li> <li>→ Koordinatendarstellung, Beschreibung mit Vektoren</li> <li>→ Addition, Rechengesetze, Skalar-Multiplikation</li> <li>→ Betrag eines Vektors</li> <li>→ Nullvektor, Gegenvektor, Einheitsvektor, Ortsvektor</li> <li>→ lineare (Un-)Abhängigkeit, Linearkombinationen</li> <li>· Affine Geometrie</li> </ul>
			<ul> <li>→ Parametergleichung von Geraden</li> <li>→ Lagebeziehung Punkt/Gerade, Gerade/Gerade</li> <li>→ Parametergleichung und Koordinatenform einer Ebene</li> <li>→ Strecken und Vielecke</li> <li>→ Lagebeziehung Punkt/Ebene, Gerade/Ebene, Ebene/Ebene</li> <li>· Metrische Geometrie</li> <li>→ Skalarprodukt</li> <li>→ Schnittwinkel (Gerade/Gerade, Gerade/Ebene, Ebene/Ebene)</li> </ul>
			<ul> <li>→ Orthogonalität von Vektoren, Geraden, Ebenen</li> <li>→ Hessesche Normalenform</li> <li>→ Abstandsberechnungen, Flächeninhalte, Volumina</li> </ul>

$\odot$	<u>(i)</u>	Stochastik
(i)		<ul> <li>Grundlagen</li> <li>→ Mengenlehre, Venn-Diagramme</li> <li>→ Zufallsexperimente, Kombinatorik</li> <li>→ Baumdiagramme (Pfadregeln)</li> <li>→ Urnenmodell (mit/ohne Zurücklegen)</li> <li>→ hypergeometrische Verteilung (Lottomodell)</li> <li>→ Ergebnisse, Ereignis, Gegenereignis</li> <li>→ Mittelwert, Quartil, Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung</li> <li>→ Relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit</li> <li>・ Bernoulli und Binomialverteilung</li> <li>→ Bernoulli-Kette, Bernoulli-Experiment</li> <li>→ Binomialverteilung, Punkt-/Intervallwahrscheinlichkeiten</li> <li>→ Eigenschaften der Binomialverteilung, Kenngrößen (n, p)</li> <li>→ Histogramm</li> <li>→ Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung</li> <li>→ 3-mindestens Aufgabe</li> <li>• Wahrscheinlichkeiten</li> </ul>
		→ 3-mindestens Aufgabe
		<ul> <li>→ Satz der totalen Wahrscheinlichkeit</li> <li>→ Baumdiagramme, Vierfeldertafeln</li> <li>→ stochastische (Un-)Abhängigkeit</li> <li>→ Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Zufallsgrößen</li> <li>· Statistik</li> <li>→ Schätzen von Wahrscheinlichkeiten (k-σ-Regeln)</li> </ul>

## MOTIVATION

Egal, ob du bereits früh anfängst zu lernen oder es nur noch wenige Tage bis zur Abschlussprüfung sind: Wir haben dir hier unsere effektivsten Lerntipps zusammengestellt.

#### Lernplanung

- → Schaffe einen klaren **Lernplan**, der dich täglich voranbringt.
- → Bearbeite die Inhalte in **überschaubaren Lerneinheiten von 1,5 Stunden**, immer gefolgt von kurzen Pausen. Strukturierte Arbeit ist effektiver als stundenlange Lernmarathons.
- → Du bist knapp in der Zeit? Die nächsten Tage gilt ein strenger Arbeitsrhythmus: **Stehe früh auf**, setz dich spätestens um 9 Uhr an den Schreibtisch. **Feierabend vorher festlegen und nicht überschreiten**. Es bringt nichts, dir die Nacht um die Ohren zu schlagen, weil der nächste Tag dann im Eimer ist.

#### Konzentration

→ Beim Lernen zählt **Qualität mehr als Quantität**. Leg dein Handy möglichst weit weg und außer Griffweite. Kein Social Media, Gesellschaft oder Beschallung durch Radio/TV beim Lernen.

## Prüfungssimulation

Nach dem allgemeinen Training für die Prüfung, kannst du mit der Simulation beginnen. Arbeite eine Prüfungssimulation nach der anderen ab.

- → **Bearbeitung:** Simuliere die Prüfungen unter Realbedingungen. Nimm dir ausreichend Zeit und löse die komplette Abschlussprüfung (ohne Pausen), d. h. nutze auch nur die erlaubten Hilfsmittel. Wenn du etwas nicht weißt, versuche zu raten oder überspringe die Aufgabe, aber schau noch nicht in die Lösungen! Merke dir diese Aufgabe für die Korrektur später.
- → **Korrektur:** Nach jeder Prüfung (nicht nach jeder Aufgabe!) vergleichst du deine eigenen Lösungen mit den gegebenen Musterlösungen. Nimm die Fehler nicht einfach hin, sondern arbeite sie auf: Was war der Fehler? Warum hast du den Fehler gemacht? Was wäre die korrekte Lösung?
- → **Nacharbeitung:** Bei Fehlern schreibst du dir den Lösungsweg (in eigenen Worten/Vorgehen) nochmal komplett auf, da das beim Lernen deutlich mehr hilft als das bloße Anschauen. Versuche, jede Lösung nachzuvollziehen und schlage Wissenslücken nach.

## Zentrale schriftliche Abiturprüfung

## **Prüfungssimulation 2024**

#### Original-Prüfung 2024

Hilfsmittel: Nachschlagewerk zur Rechtschreibung der deutschen Sprache

Hilfsmittel nicht für Aufgabenstellung 1: Formelsammlung, die an der Schule eingeführt ist; Taschenrechner, die nicht programmierbar und nicht grafikfähig sind und nicht über Möglichkeiten der numerischen Differenziation oder Integration oder des automatisierten Lösens von Gleichungen verfügen

Bearbeitungszeit 255 Minuten inkl. Lese- und Auswahlzeit

In der Original-Prüfung wurde die Bearbeitungszeit um zusätzliche 30 Minuten (aufgrund der Corona-Pandemie) verlängert.

#### Aufgabenstellung 1

Thema/Inhalt: hilfsmittelfreier Teil

**Hinweis:** Die Aufgabenstellung und die Lösungen zum hilfsmittelfreien Teil werden nach 60 Minuten abgegeben.

Mit der Bearbeitung der weiteren Aufgabenstellungen kann bereits zuvor begonnen werden

In jedem Fall können die zugelassenen Hilfsmittel erst nach Ablauf der 60 Minuten verwendet werden.

Corona-Regelung: In der Original-Prüfung konnte die Lehrkraft Stochastik oder Analytische Geometrie abwählen.

#### Aufgabenstellung 2

Thema/Inhalt: Analysis

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 2.1 oder 2.2 zur Bearbeitung aus.

#### Aufgabenstellung 3

Thema/Inhalt: Analytische Geometrie oder Stochastik

Hinweis: Bearbeiten Sie eine der beiden Aufgaben.

In der Original-Prüfung konnte die Lehrkraft eine der Aufgabenvorschläge abwählen.

## 1 Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil

#### 1.1 Analysis

Gegeben ist die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion f mit  $f(x) = x^3 - 4x$ .

- a) Begründen Sie, dass der Graph von f symmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs ist.
- b) Der Graph von f und die x-Achse schließen eine Fläche ein, die aus zwei Flächenstücken besteht. Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche.

#### 1.2 Analytische Geometrie

Gegeben sind die Punkte P(2|0|23) und Q(6|t|20) mit  $t \in \mathbb{R}$ .

- a) Entscheiden Sie, ob es einen Wert von t gibt, für den die Gerade PQ parallel zur xy-Ebene verläuft. Begründen Sie Ihre Entscheidung.
- b) Der Koordinatenursprung und die Punkte P und Q bilden ein Dreieck. Ermitteln Sie diejenigen Werte von t, für die das Dreieck in Q einen rechten Winkel hat.

#### 1.3 Stochastik

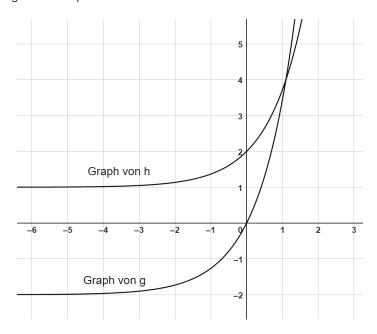
Im hinteren Teil eines Klassenzimmers stehen sechs Stühle in einer Reihe.

- a) Es gibt vier Möglichkeiten, drei der sechs Stühle so auszuwählen, dass zwischen je zwei ausgewählten Stühlen mindestens ein weiterer Stuhl steht. Geben Sie diese Möglichkeiten an.
- b) Die Schüler Aaron, Bert und Can sollen sich so auf jeweils einen der sechs Stühle setzen, dass zwischen je zwei Schülern mindestens ein weiterer Stuhl steht. Berechnen Sie, wie viele Möglichkeiten es dafür gibt.

#### 1.4 Wahlaufgaben 1

#### 1.4.1 Analysis

Gegeben sind die in  $\mathbb{R}$  definierten Funktionen g mit  $g(x) = 2 \cdot e^x - 2$  und h mit  $h(x) = e^x + 1$ . Die Abbildung zeigt ihre Graphen.



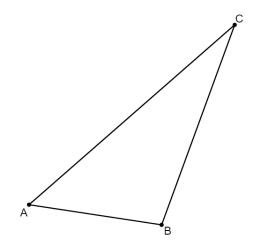
- a) Die erste Ableitungsfunktion von g wird mit g' bezeichnet. Berechnen Sie g'(0) und veranschaulichen Sie in der Abbildung, wie man diesen Wert grafisch ermitteln kann.
- b) Beurteilen Sie die folgende Aussage: Es gibt eine Verschiebung in y-Richtung, durch die der Graph von h aus dem Graphen von g erzeugt werden kann.

#### 1.4.2 Analytische Geometrie

Gegeben ist das Dreieck ABC mit den Eckpunkten A, B und C. Für den Punkt D gilt  $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OC} - 2 \cdot \overrightarrow{AB}$ , wobei O den Koordinatenursprung bezeichnet.

Ermitteln Sie das Verhältnis des Inhalts der Fläche des Dreiecks ABC zum Inhalt der Fläche des Trapezes ABCD.

Stellen Sie Ihr Vorgehen durch eine geeignete Ergänzung der Abbildung dar.





## 1 Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil

#### 1.1 Analysis

- a) Die Funktion hat nur ungerade Exponenten (3 und 1) und ist daher symmetrisch zum Ursprung.
  - Bemerkung: Alternativ können Sie die Bedingung für die Symmetrie bezüglich des Koordinatenursprungs f(-x) = -f(x) nachweisen.
- b) Aus der Funktionsgleichung können wir ablesen, dass der Funktionsgraph durch den Koordinatenursprung (0|0) verläuft. Wir berechnen die anderen Nullstellen:

$$0 = x^{3} - 4x$$

$$\Rightarrow \qquad 0 = x \cdot (x^{2} - 4)$$

$$\Rightarrow \qquad x = 0 \quad \forall \quad x^{2} - 4 = 0$$

$$\Rightarrow \qquad x = 0 \quad \forall \quad x^{2} = 4$$

Die anderen Nullstellen liegen also bei  $x_1 = 2$  und  $x_2 = -2$ . Die Flächenstücke liegen also in den x-Intervallen [-2;0] und [0;2].

Da die Funktion symmetrisch zum Ursprung ist, sind die Beträge der Flächenstücke gleichgroß. Daher genügt es, eines von beiden zu berechnen:

$$A = 2 \cdot \left| \int_{-2}^{0} f(x) \, dx \right|$$

$$= 2 \cdot \left| \int_{-2}^{0} x^{3} - 4x \, dx \right|$$

$$= 2 \cdot \left| \left[ \frac{1}{4} x^{4} - 2x^{2} \right]_{-2}^{0} \right|$$

$$= 2 \cdot \left| 0 - \left( \frac{1}{4} \cdot (-2)^{4} - 2 \cdot (-2)^{2} \right) \right|$$

$$= 2 \cdot \left| -4 + 8 \right|$$

$$= 8 \text{ [FE]}$$

Der Inhalt der gesuchten Fläche ist also 8 FE.

#### 1.2 Analytische Geometrie

- a) Damit die Gerade PQ parallel zur xy-Ebene ist, müsste der z-Wert des Richtungsvektors  $\overrightarrow{PQ}$  gleich null sein. Dieser liegt allerdings unabhängig von t bei 20-23=-3, also nicht null. Es gibt also keinen Wert für t, welcher die Bedingung erfüllt.
- b) Der Winkel bei Q wird von den Vektoren  $\overrightarrow{OQ} = \begin{pmatrix} 6 \\ t \\ 20 \end{pmatrix}$  und  $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 6-2 \\ t-0 \\ 20-23 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ t \\ -3 \end{pmatrix}$  eingeschlossen. Die Vektoren stehen genau dann in einem rechten Winkel zueinander, wenn ihr Skalarprodukt gleich null ist:

$$\begin{pmatrix} 6 \\ t \\ 20 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ t \\ -3 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \qquad 6 \cdot 4 + t \cdot t + 20 \cdot -3 = 0$$

$$\Rightarrow \qquad 24 + t^2 - 60 = 0$$

$$\Rightarrow \qquad -36 + t^2 = 0$$

$$\Rightarrow \qquad t^2 = 36$$

$$\Rightarrow \qquad t = \pm 6$$

Das Dreieck hat also für t = 6 und t = -6 einen rechten Winkel in Q.

#### 1.3 Stochastik

- a) Wir zählen die Möglichkeiten systematisch auf. '1' steht dabei für einen ausgewählten Stuhl, '0' für einen nicht-ausgewählten Stuhl: 101010, 101001, 100101, 010101
- b) Für die Auswahl der Stühle gibt es 4 Möglichkeiten (siehe a). Zudem gibt es  $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$  Möglichkeiten, in welcher Anordnung Aaron, Bert und Can sich auf die Stühle setzen können. Insgesamt gibt es also  $4 \cdot 6 = 24$  Möglichkeiten.

## 1.4.1 Analysis

a) Wir berechnen die Ableitungsfunktion g' von g:

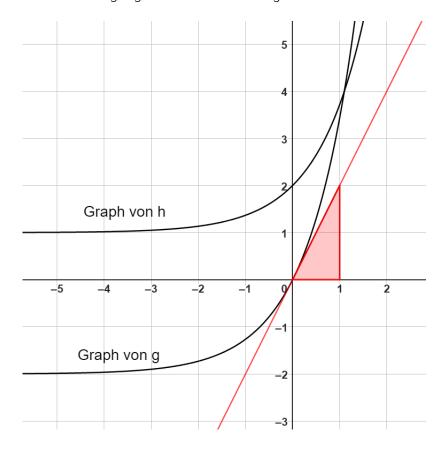
$$g(x) = 2 \cdot e^{x} - 2$$

$$\Rightarrow \qquad \qquad g'(x) = 2 \cdot e^{x}$$

$$\Rightarrow \qquad \qquad g'(0) = 2 \cdot e^{0}$$

$$= 2$$

g'(0) ist die Steigung des Graphen von g an der Stelle x=0. Grafisch könnte man diesen Wert also ein Steigungsdreieck von der Tangente ermitteln:



b) Die Aussage ist falsch. Damit die Graphen durch eine Verschiebung in y-Richtung ineinander übergehen würden, müsste der Anstieg an allen Punkten parallel sein. Jedoch gilt:

$$h'(x) = e^x \implies h'(0) = 1 \neq 2 = g'(0)$$